

Manuel de Descriptif Informatique
Fascicule D4.06 : Structures liées aux éléments finis
Document : D4.06.14

Structures de données liées au contact-frottement

Résumé :

Ce document décrit les structures de données nécessaires à la définition (SD 'DEFI_CONT') et à la résolution (SD 'RESO_CONT') des problèmes de contact-frottement définis par le mot-clé CONTACT de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA. On s'attache à donner le mode d'emploi détaillé de la plupart des tableaux utilisés dans les routines correspondantes. La description est purement informatique, et il est conseillé de lire auparavant les documentations de référence [R5.03.50], [R5.03.51], d'utilisation [U4.25.01], de mise en œuvre pratique [U2.04.04] et de maintenance du contact [D9.05.02].

1 Philosophie générale

Des zones de contact potentielles sont définies dans l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA` pour chaque occurrence du mot-clé `'CONTACT'`. Chaque **zone** est définie par une occurrence du mot-clé. Une zone de contact comporte plusieurs **surfaces** (deux en général) dont on cherche à empêcher l'interpénétration deux à deux. Dans le cas des méthodes `'NODAL'`, `'MAIT_ESCL'` et `'MAIT_ESCL_SYME'`, il y a deux surfaces dont la composition est donnée sous les mots-clés `GROUP_MA_MAIT` (ou `MAILLE_MAIT`) et `GROUP_MA_ESCL` (ou `MAILLE_ESCL`). Pour les méthodes `'TERRITOIRE'` et `'HIERARCHIQUE'` (pas implémentées à ce jour), on utilisera le mot-clé `GROUP_MA` (ou `MAILLE`) : dans ce cas, chacun des groupes de mailles (chacune des mailles) de la liste définira une surface potentielle de contact (il pourra donc y avoir plus de deux surfaces par zone). Les données relatives aux différentes zones et surfaces de contact sont stockées dans une structure de données de type `'DEFI_CONT'` dont le nom est `CHAR(1:8) / 'CONTACT'`.

Dans les opérateurs `STAT_NON_LINE` et `DYNA_NON_LINE`, on suppose qu'une seule charge contient du contact (on le vérifie dans la routine `nmdome`). Au cours des pas de temps et des itérations de Newton, on remplit des tableaux de taille fixe (dimensionnés à l'aide du maximum de nœuds esclaves) qui contiennent les données nécessaires au traitement du contact (structure de données de type `'RESO_CONT'`). Ce sont parfois des sous-tableaux issus des tableaux créés dans `AFFE_CHAR_MECA` : ils ne concernent que les nœuds ou mailles en cours de traitement par l'algorithme (zones de contact effectives courantes). Dans ces tableaux, les informations se suivent séquentiellement sans notion de zone ou de surface de contact : très grossièrement, on stocke les couples nœud esclave - maille (ou nœud) maître et les caractéristiques associées (ddl concernés, coefficients, composantes de la normale, jeu courant).

Remarques :

- Le système de contact est composé de plusieurs zones, elles-mêmes consistant en surfaces, composées de mailles, contenant des nœuds,
- Les surfaces de contact sont repérées par leur numéro absolu *i* dans la liste de toutes les surfaces de contact, toutes zones confondues,
- Seuls les tableaux `CONTMA`, `CONTNO` et `SANSNO` répertorient les nœuds et les mailles par leur numéro absolu dans le code ; tous les autres tableaux utilisent l'indice dans `CONTMA` et `CONTNO` pour désigner une maille ou un nœud,
- On prend toujours trois composantes pour la normale, en 2D comme en 3D. Par contre, le tableau des degrés de liberté en contient deux par nœud en 2D, et trois en 3D.

2 Structure de données DEFI_CONT

La structure de données DEFI_CONT contient les tableaux définissant les zones de contact potentielles (créés dans AFFE_CHAR_MECA, sauf DDLCO et PDDLCO créés dans STAT_NON_LINE).

2.1 Liste des variables

On suppose qu'une seule charge contient le mot-clé facteur 'CONTACT'.

Tous les tableaux commencent par CHAR(1:8) // 'CONTACT' (variable DEFICO(1:16)), avec le suffixe :

| Suffixe | Variable | Type | Dimension | Indiqué par | Contenu |
|----------|----------|------|-----------|------------------------------|---|
| .NDIMCO | NDIMCO | I | 9+NZOCO | | liste d'entiers utiles, et nombre effectif de nœuds esclaves pour chaque zone (le max au début) |
| .METHCO | METHCO | I | 1+8*NZOCO | numéro de la zone de contact | nombre de zones et caractéristiques de la méthode d'appariement pour chacune |
| .TOLECO | TOLECO | R | 2*NZOCO | numéro de la zone de contact | paramètres de tolérance géométrique pour l'appariement |
| .CONVCO | CONVCO | I | 3*NZOCO | numéro de la zone de contact | paramètres de convergence |
| .SYMECO | SYMECO | I | NZOCO+1 | | informations sur les zones symétriques d'appariement (MAIT_ESCL_SYME) |
| .PZONECO | PZONE | I | NZOCO+1 | numéro de la zone de contact | numéro de la dernière surface de chaque zone |
| .MAILCO | CONTMA | I | NMACO | pointeur PSURMA | liste des numéros des mailles de contact des différentes surfaces potentielles |
| .PSUMACO | PSURMA | I | 1+NSUCO | numéro de surface | indice de la dernière maille de chaque surface dans le vecteur CONTMA |
| .NOEUCO | CONTNO | I | NNOCO | pointeur PSURNO | liste des numéros des nœuds de contact des différentes surfaces potentielles |
| .PSUNOCO | PSURNO | I | 1+NSUCO | numéro de surface | indice du dernier nœud de chaque surface dans le vecteur CONTNO |
| .NOEUQU | CONOQU | I | 3*NNOCQ/2 | pointeur PNOQUA | liste des numéros des nœuds de contact « quadratiques » des différentes surfaces potentielles |
| .PNOEUQU | PNOQUA | I | 1+NSUCO | numéro de surface | indice du dernier nœud de chaque surface dans le vecteur CONOQU |
| .MANOCO | MANOCO | I | NMANO | pointeur PMANO | indices des mailles de CONTMA contenant un nœud donné de CONTNO |
| .PMANOCO | PMANO | I | 1+NNOCO | indice de nœud dans CONTNO | indice dans MANOCO de la dernière maille contenant un nœud donné |
| .NOMACO | NOMACO | I | NNOMA | pointeur PNOMA | indices des nœuds de CONTNO appartenant à une maille donnée de CONTMA |
| .PNOMACO | PNOMA | I | 1+NMACO | indice de maille dans CONTMA | indice dans NOMACO du dernier nœud appartenant à une maille donnée |
| .MAMACO | MAMACO | I | NMAMA | pointeur PMAMA | indices des mailles de CONTMA adjacentes à une maille donnée |
| .PMAMACO | PMAMA | I | 1+NMACO | indice de maille dans CONTMA | indice dans MAMACO de la dernière maille adjacente à une maille donnée |
| .SSNOCO | SANSNO | I | NNOCO | pointeur PSANS | numéros absolus des nœuds à exclure des nœuds esclaves |
| .PSSNOCO | PSANS | I | 1+NZOCO | numéro de la zone de contact | indice du dernier nœud à exclure dans SANSNO |

Titre : Structures de données liées au contact-frottement
Auteur(s) : M. ABBAS, N. TARDIEU

Date : 06/12/04
Clé : D4.06.14-D Page : 4/16

| | | | | | |
|---------|--------|----|----------|---------------------------------|--|
| .JSUPCO | JEUSUP | R8 | NZOCO | numéro de la zone de contact | valeur du jeu fictif |
| .NOZOCO | NOZOCO | I | NNOCO | indice de nœud dans CONTNO | numéro de la zone de contact à laquelle appartient le nœud |
| .CHAMCO | CHAMCO | I | NZOCO | numéro de la zone de contact | code du champ sur lequel s'appliquent les conditions unilatérales |
| .COEFÇO | COEFÇO | R8 | NZOCO | numéro de la zone de contact | coefficient de la relation unilatérale pour la pression ou la température |
| .DDLCO | DDLCO | I | NDDL | pointeur PDDL | numéros des degrés de liberté potentiellement impliqués dans l'écriture des relations unilatérales |
| .PDDLCO | PDDL | I | NNOCO | indice de nœud dans CONTNO | indice dans DDLCO du dernier ddl d'un nœud de CONTNO donné |
| .JEUFO1 | JJFO1 | K8 | NZOCO | Numéro de la surface de contact | Jeu fictif quand il est donné par une fonction de l'espace dans AFFE_CHAR_MECA_F |
| .JEUFO2 | JJFO2 | K8 | NZOCO | Numéro de la surface de contact | Jeu fictif quand il est donné par une fonction de l'espace dans AFFE_CHAR_MECA_F |
| DIRCO | JDIR | R8 | 3*NZOCO | Numéro de la surface de contact | Direction fixe d'appariement nodal donnée par VECT_Y |
| FROTTE | IFRO | R8 | NESMAX | Numéro du nœud esclave | Coefficient de frottement de Coulomb |
| PENAL | IPENA | R8 | 2*NESMAX | Numéro du nœud esclave | Coefficient de régularisation du contact et du frottement |
| COMAFO | ICOMA | R8 | NESMAX | Numéro du nœud esclave | Valeur de COEF_MATR_FROT |
| TANDEF | JTGDEF | R8 | 3*NZOCO | Numéro de la surface de contact | Valeur de VECT_Y |
| NORLIS | JNORLI | I | NZOCO+1 | Numéro de la surface de contact | Indique la présence de lissage des normales |

Cette partie rassemble les objets propres à la méthode CONTINUE :

| | | | | | |
|---------|--------|---|-----------|------------------------------|---|
| .CARACF | JCMCF | R | 6*NZOCO+1 | numéro de la zone de contact | intégration et coefficients de régularisation |
| .ECPDON | JECPD | I | 5*NZOCO+1 | numéro de la zone de contact | les paramètres des boucles de la méthode CONTINUE |
| .MAESCL | JMAESC | I | 3*NTMA+1 | numéro de la maille esclave | pour chaque maille on donne le numéro de sa zone nombre des points de contact |
| .NOESCL | JNOESC | R | 10*NNOCO+ | numéro de nœud de contact | les vecteurs tangents et normales de chaque point. |
| .TABFIN | JTABF | R | 16*NTPC+1 | numéro de point de contact | caractéristiques de l'appariement. |

2.2 Tableau NDIMCO (adresse JDIM)

| | | | |
|----------------|---|--|---------------------------------------|
| ZI(JDIM) | = | NDIM | dimension de l'espace (deux ou trois) |
| ZI(JDIM+1) | = | NZOCO | nombre de zones de contact |
| ZI(JDIM+2) | = | NSUCO | nombre de surfaces de contact |
| ZI(JDIM+3) | = | NMACO | nombre de mailles de contact |
| ZI(JDIM+4) | = | NNOCO | nombre de nœuds de contact |
| ZI(JDIM+5) | = | NMANO | dimension de MANOCO |
| ZI(JDIM+6) | = | NNOMA | dimension de NOMACO |
| ZI(JDIM+7) | = | NMAMA | dimension de MAMACO |
| ZI(JDIM+8) | = | NESMAX | nombre maximal de nœuds esclaves |
| ZI(JDIM+8+IOC) | = | nombre effectif de nœuds esclaves dans la zone IOC (nombre maximal lors de l'initialisation), IOC=1, NZOCO | |

2.3 Tableau METHCO (adresse JMETH)

ZI(JMETH) = NZOCO : nombre de zones de contact

Pour la zone n :

| | | |
|---------------------|---|---|
| ZI(JMETH+8*(n-1)+1) | = | -1 si APPARIEMENT= 'NON' 0 si APPARIEMENT= 'NODAL' 1 si APPARIEMENT= 'MAIT_ESCL' ou 'MAIT_ESCL_SYME' 2 si APPARIEMENT= 'TERRITOIRE' 3 si APPARIEMENT= 'HIERARCHIQUE' 4 si VECT_NORM_2 est défini |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+2) | = | 1 VECT_Y est renseigné et 0 sinon |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+3) | = | <i>non utilisé</i> |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+4) | = | 1 si projection linéaire (segment rectiligne ou triangle plan) 2 si projection quadratique |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+5) | = | +1 si RECHERCHE= 'NOEUD_BOUCLE' +/-2 si RECHERCHE= 'NOEUD_VOISIN' / 'MAILLE_VOISIN' +/-3 si RECHERCHE= 'NOEUD_BOITE' / 'MAILLE_BOITE' |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+6) | = | -1 si la méthode de CONTACT utilisée est 'PENALISA' 0 si la méthode de CONTACT utilisée est 'CONTRAIN' 1 si la méthode de CONTACT utilisée est 'LAGRANGI' 2 si la méthode de FROTTEMENT 2D utilisée est 'LAGRANGI' 3 si la méthode de FROTTEMENT 2D ou 3D utilisée est 'PENALISA' 4 si la méthode de FROTTEMENT 3D utilisée est 'LAGRANGI' 5 si la méthode de CONTACT et de FROTTEMENT utilisée est 'PENALISA' 6 si la méthode utilisée est 'CONTINUE' |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+7) | = | 0 si REAC_GEOM= 'SANS' -1 si REAC_GEOM= 'AUTOMATIQUE' sinon NB_REAC_GEOM (fréquence de réactualisation géométrique) |
| ZI(JMETH+8*(n-1)+8) | = | 0 si NORMALE= 'MAIT' 1 si NORMALE= 'MAIT_ESC' |
| ZI(JMETH+9*(n-1)+9) | = | 0 si STOP_SINGULIER= 'OUI' 1 si STOP_SINGULIER= 'NON' |

2.4 Tableau CONVCO (adresse JCONV)

Pour la zone n :

```

ZI(JCONV+3*(n-1))      = 0 si STOP_SINGULIER= 'OUI'
                        = 1 si STOP_SINGULIER= 'NON'
ZI(JCONV+3*(n-1)+1)    = NB_RESOL
ZI(JCONV+3*(n-1)+2)    = ITER_MULT_MAXI

```

2.5 Tableau TOLECO (adresse JTOLE)

Pour la zone n :

```

ZI(JTOLE+2*(n-1)) = TOLE_PROJ_EXT
ZI(JTOLE+2*(n-1)+1) = TOLE_PROJ_INT

```

2.6 Tableau SYMECO (adresse JSYME)

ZI (JSYME) : Nombre de zones de contact symétriques

Pour la zone symétrique n :

$$ZI(JSYME+n) = \text{Numéro de la zone principale associée à la zone symétrique } n$$

2.7 Tableau CARACF (adresse JCMCF)

$$ZI(JCMCF) = NZOCO : \text{nombre total des zones de contact.}$$

Dans ce tableau sont stockés quelques paramètres pour les méthodes CONTINUE, LAGRANGIEN et PENALISATION. Pour la méthode CONTINUE, on précise, entre autres, le schéma d'intégration à utiliser pour les termes de contact et de frottement et les coefficients d'augmentation. Rappelons que l'intégration aux nœuds est prise par défaut INTEGRATION='NOEUD' et que les schémas SIMPSON, SIMPSON1 et SIMPSON2 sont disponible seulement en 2D.

Pour la zone n :

| | |
|-----------------------|---|
| CARACF(1+6*(n-1)+1) = | 1 si INTEGRATION='NEUD' |
| | 2 si INTEGRATION='GAUSS' |
| | 3 si INTEGRATION='SIMPSON' |
| | 4 si INTEGRATION='SIMPSON1' |
| | 5 si INTEGRATION='SIMPSON2' |
| CARACF(1+6*(n-1)+2) = | Coefficient d'augmentation pour le contact |
| | COEF_REGU_CONT |
| CARACF(1+6*(n-1)+3) = | Coefficient d'augmentation pour le frottement |
| | COEF_REGU_FROT |
| CARACF(1+6*(n-1)+4) = | Coefficient de coulomb pour le frottement. |
| CARACF(1+6*(n-1)+5) = | 1 si FROTTEMENT='SANS' |
| | 3 si FROTTEMENT='COULOMB' |
| CARACF(1+6*(n-1)+6) = | la valeur de COEF MATR FROT |

2.8 Système de contact : pointeur PZONE (adresse JZONE)

| | |
|---|-------------------------------|
| numéro absolu (i) de la première surface de la zone n : | ZI (JZONE+n-1)+1 |
| numéro absolu (i) de la dernière surface de la zone n : | ZI (JZONE+n) |
| nombre de surfaces de la zone n : | ZI (JZONE+n) -ZI (JZONE+n-1) |

2.9 Zone n : pointeurs PSURMA, PSURNO et PNOQUA (adresses JSUMA, JSUNO et JNOQUA)

numéro de la première surface : $i1 = ZI(JZONE+n-1)+1$
 numéro de la dernière surface : $i2 = ZI(JZONE+n)$
 nombre de mailles de la zone : $ZI(JSUMA+i2) - ZI(JSUMA+i1-1)$
 $= ZI(JSUMA+ZI(JZONE+n)) - ZI(JSUMA+ZI(JZONE+n-1))$
 nombre de nœuds de la zone : $ZI(JSUNO+i2) - ZI(JSUNO+i1-1)$
 $= ZI(JSUNO+ZI(JZONE+n)) - ZI(JSUNO+ZI(JZONE+n-1))$
 nombre de nœuds de la zone : $ZI(JNOQUA+i2) - ZI(JNOQUA+i1-1)$
 étant nœud milieux d'un élément quadratique
 $= ZI(JNOQUA+ZI(JZONE+n)) - ZI(JNOQUA+ZI(JZONE+n-1))$

2.10 Surface i : tableaux CONTMA, CONTNO et CONOQU (adresses JMACO, JNOCO et JNOQU), pointeurs PSURMA, PSURNO et PNOQUA (adresses JSUMA, JSUNO et JNOQUA)

Le nombre de mailles de la surface i est : $nbma = ZI(JSUMA+i) - ZI(JSUMA+i-1)$
 L'indice dans CONTMA de la première maille de la surface i est : $ZI(JSUMA+i-1)+1$
 L'indice dans CONTMA de la dernière maille de la surface i est : $ZI(JSUMA+i)$
 La liste des numéros des mailles de la surface i est $ZI(JMACO+jdecma+ima-1)$ pour $ima=1, nbma$, avec $jdecma = ZI(JSUMA+i-1)$.
 La $ima^{ième}$ maille de la surface i a pour numéro absolu : $ZI(JMACO+jdecma+ima-1)$; son indice dans CONTMA est : $posma = jdecma+ima$.
 Maille d'indice $posma$ dans CONTMA : son numéro absolu est $ZI(JMACO+posma-1)$.

 Le nombre de nœuds de la surface i est : $nbno = ZI(JSUNO+i) - ZI(JSUNO+i-1)$
 L'indice dans CONTNO du premier nœud de la surface i est : $ZI(JSUNO+i-1)+1$
 L'indice dans CONTNO du dernier nœud de la surface i est : $ZI(JSUNO+i)$
 La liste des numéros des nœuds de la surface i est $ZI(JNOCO+jdecno+ino-1)$ pour $ino=1, nbno$, avec $jdecno = ZI(JSUNO+i-1)$.
 Le $ino^{ième}$ nœud de la surface i a pour numéro absolu : $ZI(JNOCO+jdecno+ino-1)$; son indice dans CONTNO est : $posno = jdecno+ino$.
 Nœud d'indice $posno$ dans CONTNO : son numéro absolu est $ZI(JNOCO+posno-1)$.

 Le nombre de nœuds de la surface i étant nœud milieu d'une maille quadratique est : $nnoq = ZI(JNOQUA+i) - ZI(JNOQUA+i-1)$
 L'indice dans CONOQU du premier nœud milieu « quadratique » de la surface i est : $3*ZI(JNOQUA+i-1)+1$
 L'indice dans CONOQU du dernier nœud milieu « quadratique » de la surface i est : $3*ZI(JNOQUA+i)-2$
 La liste des numéros des nœuds milieu « quadratique » de la surface i est $ZI(JNOQU+jdecqu+3*(inq-1))$ pour $inq=1, nnoq$, avec $jdecqu = 3*ZI(JNOQUA+i-1)+1$.
 La liste des numéros des nœuds sommet associés pour la surface i est $ZI(JNOQU+jdecqu+3*(inq-1)+1)$ et $ZI(JNOQU+jdecqu+3*(inq-1)+2)$ pour $inq=1, nnoq$, avec $jdecqu = 3*ZI(JNOQUA+i-1)+1$.
 Le $inq^{ième}$ nœud milieu « quadratique » de la surface i a pour numéro absolu : $ZI(JNOQU+jdecqu+3*(inq-1)-1)$; son indice dans CONOQU est : $posqu = jdecqu+3*(inq-1)$.
 Nœud « quadratique » d'indice $posqu$ dans CONOQU : son numéro absolu est $ZI(JNOQU+posqu-1)$.

2.11 Tableaux MANOCO, NOMACO et MAMACO (adresses JMANO, JNOMA et JMAMA) pointeurs PMANO, PNOMA et PMAMA (adresses JPOMA, JPONO et JPOIN)

Pour le nœud d'indice `posno` dans `CONTNO`, l'indice dans `CONTMA` des mailles de contact de la même surface contenant le nœud est `ZI(JMANO+jdec+ima-1)` avec `jdec = ZI(JPOMA+posno-1)` et `ima` variant de 1 à `nbma`, pour `nbma = ZI(JPOMA+posno)-ZI(JPOMA+posno-1)`, ou bien encore `ZI(JMANO+k-1)` pour `k` variant de `ZI(JPOMA+posno-1)+1` à `ZI(JPOMA+posno)`.

Pour la maille d'indice `posma` dans `CONTMA`, l'indice dans `CONTNO` des nœuds de contact de cette maille est `ZI(JNOMA+jdec+ino-1)` avec `jdec = ZI(JPONO+posma-1)` et `ino` variant de 1 à `nbno`, pour `nbno = ZI(JPONO+posma)-ZI(JPONO+posma-1)`, ou bien encore `ZI(JNOMA+k-1)` pour `k` variant de `ZI(JPONO+posma-1)+1` à `ZI(JPONO+posma)`.

La liste des indices dans `CONTMA` des mailles voisines de la maille d'indice `posma` est :
`ZI(JMAMA+jdec+ima-1)`, avec `jdec = ZI(JPOIN+posma-1)` et `ima` variant de 1 à `nbma`,
pour `nbma = ZI(JPOIN+posma)-ZI(JPOIN+posma-1)`.

2.12 Tableau SANSNO et pointeur PSANS (adresses JSANS et JPSANS)

Pour la zone `n` :

nombre de nœuds à exclure des nœuds esclaves : `nsans = ZI(JPSANS+n)-ZI(JPSANS+n-1)`
numéros absolus des nœuds à exclure : `ZI(JSANS+jdec+ino-1)`, pour `ino = 1, nsans`, avec
`jdec = ZI(JPSANS+n-1)`.

2.13 Tableau JEUSUP (adresse JJSUP)

Pour la zone `n` : `ZR(JJSUP+n-1)` = valeur pour la zone du jeu fictif (`DIST_1+DIST_2`, ou `COEF_IMPO`) donné par l'utilisateur.

2.14 Tableaux NOZOCO (adresse JZOCO), CHAMCO (adresse JCHAM) et COEFCO (adresse JCOEF)

Pour le nœud d'indice `posno` dans `CONTNO`, le numéro de la zone de contact à laquelle celui-ci appartient est :

`n = ZI(JZOCO+posno-1)`.

Pour la zone `n` :

Code du champ sur lequel s'applique la relation unilatérale : `icode = ZI(JCHAM+n-1)`
`icode = +1` : relation sur les déplacements (avec appariement : contact « déformable »)
`icode = -1` : relation sur les déplacements (sans appariement : contact « rigide »)
`icode = -2` : relation sur la pression (sans appariement : uniquement pour une modélisation « THM »)
`icode = -3` : relation sur la température (sans appariement) : uniquement pour une modélisation « THM »)
`icode = -4` : relation sur la pression 1 (sans appariement) : uniquement pour une modélisation « THM »)
`icode = -5` : relation sur la pression 2 (sans appariement) : uniquement pour une modélisation « THM »)

Coefficient multiplicateur de la relation unilatérale : `ZR(JCOEF+n-1)`

2.15 Tableau DDLCO et pointeur PDDLCO (adresses JDDL et JPDDL)

Ces deux tableaux sont dans la structure de données DEFI_CONT mais sont définis dans la routine `crsdco` appelée par `STAT_NON_LINE`.

Pour le nœud d'indice `posno` dans `CONTNO`, les degrés de liberté sont `ZI(JDDL+jdecdl+iddl-1)` pour `iddl` variant de 1 à `nbddl` avec `nbddl = ZI(JPDDL+posno)-ZI(JPDDL+posno-1)` et `jdecdl = ZI(JPDDL+posno-1)`.

On a rassemblé dans la suite les structures de données propres à la méthode `CONTINUE`.

2.16 Tableau ECPDON (adresse JECPD)

Ce tableau donne quelques paramètres globales nécessaires pour l'algorithmique utilisée par la méthode `CONTINUE`. Notons que les paramètres `ITER_CONT_MAX`, `ITER_FROT_MAX` et `ITER_GEOM_MAX` fixent le nombre maximum des boucles de contact, de seuil de frottement et de géométrie. Ces nombres peuvent ne pas être atteints si le test d'arrêt de chaque boucle est satisfait. Ce test, voir routine `mmmcric.f`, porte sur la valeur de l'incrément relatif du déplacement :

$$\frac{\|\delta u\|_{\infty}}{\|u\|_{\infty}} \leq \varepsilon$$

avec $\varepsilon=10^{-2}$.

N étant le numéro de la zone de contact.

| | |
|------------------------------------|--|
| <code>ECPDON(1+5*(N-1)+1) =</code> | 1 si <code>MODL_AXIS='OUI'</code> 0 si <code>MODL_AXIS='NON'</code> |
| <code>ECPDON(1+5*(N-1)+2) =</code> | La valeur de <code>ITER_CONT_MAX</code> |
| <code>ECPDON(1+5*(N-1)+3) =</code> | La valeur de <code>ITER_FROT_MAX</code> |
| <code>ECPDON(1+5*(N-1)+4) =</code> | La valeur de <code>ITER_GEOM_MAX</code> |
| <code>ECPDON(1+5*(N-1)+5) =</code> | La valeur de seuil initiale <code>SEUIL_INIT</code> |

`MAESCL(1)` : nombre total des zones de contact.

2.17 Tableau MAESCL (adresse JMAESC)

N étant le numéro de la maille esclave.

| | |
|------------------------------------|---|
| <code>MAESCL(1+3*(N-1)+1) =</code> | indice de la maille N dans le tableau <code>CONTMA</code> |
| <code>MAESCL(1+3*(N-1)+2) =</code> | numéro de la zone de contact de N |
| <code>MAESCL(1+3*(N-1)+3) =</code> | nombre des points de contact dans N |

`MAESCL(1)` : nombre total des mailles esclave.

2.18 Tableau NOESCL (adresse JNOESC)

N est le numéro de nœud de contact. Le paramètre entier I varie de 1 à 3.

| | |
|--------------------------------------|--|
| <code>NOESCL(1+3*(N-1)+1) =</code> | 0 si N est esclave 1 sinon. |
| <code>NOESCL(1+3*(N-1)+1+I) =</code> | les composantes du premier vecteur tangent |
| <code>NOESCL(1+3*(N-1)+4+I) =</code> | les composantes du premier vecteur tangent |
| <code>NOESCL(1+3*(N-1)+7+I) =</code> | les composantes du premier vecteur tangent |

NOESCL(1) : nombre total des nœuds de contact. Rappelons que en 2D la 3ème composante des vecteurs tangents ou normales est prise égale à zéro.

Ce tableau est utilisé pour le lissage (routine 'lissag') qui permet de lisser les normales aux surfaces de contact intervenant dans le calcul de la matrice de contact. Rappelons que le lissage est fait en deux étape. La première consiste à effectuer une moyenne des normales aux mailles qui contiennent le nœud de contact. La seconde consiste à interpoler, avec les fonctions de forme associées à l'élément, un champ de normales en tout point de l'élément.

2.19 Tableau TABFIN (adresse JTABF)

Dans ce tableau sont classés toutes les informations nécessaires pour la résolution concrète du problème du contact frottant. Ces informations sont décrites dans la routine `mappar`. Rappelons que l'appariement est fait de manière exacte utilisant une méthode de Newton pour la résolution d'un problème d'optimisation avec contraintes (cf. routine `mprojp`) et qui nous permet, au même temps de récupérer les valeurs des vecteurs tangents.

N étant le numéro du point de contact. TABFIN(1) : nombre total des points de contact. Le paramètre entier I varie de 1 à 3.

| | |
|--------------------------|---|
| TABFIN(1+16*(N-1)+1) = | numéro absolu de la maille maître |
| TABFIN(1+16*(N-1)+2) = | numéro absolu de la maille esclave |
| TABFIN(1+16*(N-1)+3) = | premier paramètre barycentrique du point N |
| TABFIN(1+16*(N-1)+4) = | premier paramètre barycentrique du point en vis-à-vis |
| TABFIN(1+16*(N-1)+5) = | second paramètre barycentrique du point en vis-à-vis |
| TABFIN(1+16*(N-1)+5+I) = | les 3 composantes du 1er vecteur tangent |
| TABFIN(1+16*(N-1)+8+I) = | les 3 composantes du 2nd vecteur tangent |
| TABFIN(1+16*(N-1)+12) = | second paramètre barycentrique du point N |
| TABFIN(1+16*(N-1)+13) = | statut de contact |
| TABFIN(1+16*(N-1)+14) = | valeur initiale de pression de contact |
| TABFIN(1+16*(N-1)+15) = | numéro du zone de contact du point N |
| TABFIN(1+16*(N-1)+16) = | poids du point de contact |

3 Structure de données RESO_CONT

La structure de données RESO_CONT contient les tableaux définissant les couples de contact effectifs (créés dans STAT_NON_LINE ou DYNA_NON_LINE) et les variables utilisées dans la méthode de résolution par les méthodes CONTRAINTES, LAGRANGIEN et PENALISATION.

3.1 Liste des variables

Tous les tableaux commencent par RESOCO(1:14) ('&&RESOCO '), suivi du suffixe :

| Suffixe | Variable | Type | Dimension | Indiqué par | Contenu |
|---------|----------|------|------------|------------------------------|--|
| .APREAC | APREAC | I | 4*NZOCO | numéro de la zone de contact | indicateur de réactualisation pour l'appariement, compteur d'appariement fixe, type de projection et réactualisation des normales, numéro de la surface esclave |
| .APPARI | APPARI | I | 1+3*NESMAX | numéro du nœud esclave | nombre de nœuds esclaves, et pour chacun : indice du nœud esclave, indice de la maille maître appariée, indicateur de réactualisation |
| .APMEMO | APMEMO | I | 4*NNOCO | indice du nœud dans CONTNO | données relatives à l'appariement du dernier coup où ce nœud était esclave |
| .APPOIN | APPOIN | I | 1+NESMAX | numéro du nœud esclave | pointeur de navigation dans APCOEF, APCOFR et APDDL |
| .APCOEF | APCOEF | R8 | 30*NESMAX | pointeur APPOIN | coefficients multiplicateurs des ddl (1 par ddl) pour imposition de la non pénétration (+1 pour le nœud esclave, et l'opposé de la valeur de la fonction de forme pour chaque nœud maître) |
| .APCOFR | APCOFR | R8 | 60*NESMAX | pointeur APPOIN | coefficients multiplicateurs des ddl (1 par ddl) pour imposition le frottement (+1 pour le nœud esclave, et l'opposé de la valeur de la fonction de forme pour chaque nœud maître) |
| .APDDL | APDDL | I | 30*NESMAX | pointeur APPOIN | numéros des degrés de liberté du nœud esclave et des nœuds de la maille maître appariée |
| .NORINI | NORINI | R8 | 3*NNOCO | indice du nœud dans CONTNO | direction d'évaluation du jeu normal sur l'ensemble des nœuds potentiels de contact |
| .NORMCO | NORMCO | R8 | 3*NESMAX | numéro du nœud esclave | direction d'évaluation du jeu normal sur la liaison de contact |
| .TANGCO | TANGCO | R8 | 6*NESMAX | numéro du nœud esclave | direction d'évaluation du jeu tangent sur la liaison de contact |
| .APJEU | APJEU | R8 | NESMAX | numéro du nœud esclave | valeur du jeu normal courant entre le nœud esclave et la maille maître appariée |
| .APJEFX | APJEFX | R8 | NESMAX | numéro du nœud esclave | valeur du jeu tangent dans la direction 1 entre le nœud esclave et la maille maître appariée |
| .APJEFY | APJEFY | R8 | NESMAX | numéro du nœud esclave | valeur du jeu tangent dans la direction 2 entre le nœud esclave et la maille maître appariée |
| .JEUINI | JEUINI | R8 | NESMAX | numéro du nœud esclave | valeur du jeu initial quand REAC_GEOM= ' SANS ' |
| .COCO | COCO | I | 8 | | souvenir de l'état de contact précédent |
| .LIAC | LIAC | I | 3*NESMAX+1 | numéro du nœud esclave | numéros absolus des liaisons actives de contact-frottement |
| .CONVEC | CONVEC | K8 | 3*NESMAX+1 | numéro du nœud esclave | Type de liaisons actives : contact ou frottement adhérent |

| | | | | | |
|---------|--------|----|------------|------------------------|--|
| .LIOT | LIOT | I | 4*NESMAX+4 | numéro du nœud esclave | liaisons ôtées de contact-frottement |
| .MU | MU | R8 | 6*NESMAX | numéro du nœud esclave | multiplicateurs de Lagrange liés au contact-frottement |
| .COEFMU | COEFMU | R8 | NESMAX | numéro du nœud esclave | coefficient par lequel il faut multiplier le multiplicateur de Lagrange du contact avant de tester son signe |
| .ATMU | ATMU | R8 | NEQ | numéro de ddl | forces nodales de contact |
| .AFMU | AFMU | R8 | NEQ | numéro de ddl | forces nodales de frottement |
| .DEL0 | DELTO | R8 | NEQ | numéro de ddl | vecteur utilisé dans l'algorithme de résolution |
| .DELT | DELTA | R8 | NEQ | numéro de ddl | vecteur utilisé dans l'algorithme de résolution |
| .CM1A | CM1A | | | | seconds membres utilisés dans l'algorithme de résolution du contact |
| .CM2A | CM2A | | | | seconds membres utilisés dans l'algorithme de résolution du frottement |
| .CM3A | CM3A | | | | seconds membres utilisés dans l'algorithme de résolution du frottement |
| .MATR | MATR | | | | SD de type MATR_ASSE [D4.06.10] : matrice utilisée dans l'algorithme de résolution |
| .SLCS | STOC | | | | SD de type STOC_LCIEL [D4.06.07] : description du stockage de la matrice MATR |

Pour le lien des variables décrites avec la résolution du problème de contact par la méthode des contraintes actives, on se reportera au document [R5.03.50] et pour la résolution du problème de contact-frottement au document [R5.03.51].

3.2 Tableau APREAC (adresse JREAC)

Pour la zone n :

ZI(JREAC+4*(n-1)) : réactualisation de l'appariement

- 0 : non
- 1 : pas d'appariement mais passage initial dans rechno
- 1 : par double boucle sur les nœuds ('NOEUD_BOUCLE')
- +/-2 : par voisinage du "passé" ('NOEUD_VOISIN' / 'MAILLE_VOISIN')
- +/-3 : par des boîtes de position ('NOEUD_BOITE' / 'MAILLE_BOITE')

ZI(JREAC+4*(n-1)+1) : nombre de fois où l'appariement a été gardé fixe

ZI(JREAC+4*(n-1)+2) : type de projection et réactualisation géométrie / normales

- +/-1 : projection linéaire
- +/-2 : projection quadratique
- > 0 : si normales et coordonnées recalculées
- < 0 : sinon

ZI(JREAC+4*(n-1)+3) : non utilisé

3.3 Tableau APPARI (adresse JAPPAR)

ZI(JAPPAR) = NESCL : nombre effectif de nœuds esclaves

Pour le iescl^{ième} nœud esclave

ZI(JAPPAR+3*(iescl-1)+1) : indice dans CONTNO du nœud esclave

ZI(JAPPAR+3*(iescl-1)+2) : indice dans CONTMA de la maille maître appariée

(négatif si appariement nodal : opposé de l'indice dans CONTNO du nœud maître apparié)

(0 si pas d'appariement)

ZI(JAPPAR+3*(iescl-1)+3) : indicateur de réactualisation

- 0 : pas de réactualisation de la projection
- +1 : projection linéaire réactualisée + normales
- +2 : projection quadratique réactualisée + normales
- 1 : projection linéaire réactualisée, pas les normales (pas utilisé)
- 2 : projection quadratique réactualisée, pas les normales (pas utilisé)

3.4 Tableau APMEMO (adresse JAPMEM)

Pour le $\text{posno}^{\text{ième}}$ nœud de CONTNO (esclave ou non)

$\text{ZI}(\text{JAPMEM}+4*(\text{posno}-1))$: 1 si le nœud est esclave
 0 si le nœud est maître
 -1 si le nœud est exclu (appartient à SNAS_GROUP_NO)
 -2 si le nœud est exclu (pivot nul pendant appariement symétrique)
 $\text{ZI}(\text{JAPMEM}+4*(\text{posno}-1)+1)$: indice dans CONTNO du nœud maître le plus proche la dernière fois que ce nœud était esclave
 $\text{ZI}(\text{JAPMEM}+4*(\text{posno}-1)+2)$: indice dans CONTMA de la maille maître appariée la dernière fois que ce nœud était esclave
 $\text{ZI}(\text{JAPMEM}+4*(\text{posno}-1)+3)$: numéro de la boîte de position courante

3.5 Pointeur APPOIN et tableaux APCOE, APCOFR et APDDL (adresses JAPPTR, JAPCOE, JAPCOF et JAPDDL)

Les tableaux APCOE et APDDL ont la même dimension (un coefficient par ddl impliqué). Ils sont indicés par le même pointeur APPOIN.

Pour le $\text{iescl}^{\text{ième}}$ nœud esclave :

$\text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl}-1) + 1$: début du rangement dans APCOE et APDDL
 $\text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl})$: fin du rangement dans APCOE et APDDL

 $\text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl}) - \text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl}-1) = \text{nbd11} + \text{somme des nbd12 des nœuds maîtres}$
 $\text{nbd11} = \text{nombre de ddls du nœud esclave d'indice posn1 dans CONTNO} :$
 $\text{nbd11} = \text{ZI}(\text{JPDDL}+\text{posn1}) - \text{ZI}(\text{JPDDL}+\text{posn1}-1),$
 avec $\text{posn1} = \text{ZI}(\text{JAPPAR}+3*(\text{iescl}-1)+1)$
 $\text{nbd12} = \text{nombre de ddls de chaque nœud maître d'indice posn2 dans CONTNO} :$
 $\text{nbd12} = \text{ZI}(\text{JPDDL}+\text{posn2}) - \text{ZI}(\text{JPDDL}+\text{posn2}-1)$

 $\text{jdec1} = \text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl}-1)$
 $\text{ZI}(\text{JAPDDL}+\text{jdec1}+k-1), k=1, \text{nbd11} :$ numéro du $k^{\text{ième}}$ ddl du nœud esclave
 $\text{ZR}(\text{JAPCOE}+\text{jdec1}+k-1), k=1, \text{nbd11} :$ coefficient associé au $k^{\text{ième}}$ ddl du nœud esclave

 $\text{jdec2} = \text{ZI}(\text{JAPPTR}+\text{iescl}-1) + \text{nbd11}$
 pour $m = 1, \text{nmaitr}$ (nmaitr nœuds maîtres avec chacun nbd12 ddls) et $k = 1, \text{nbd12}$
 $\text{ZI}(\text{JAPDDL}+\text{jdec2}+(m-1)*\text{nbd12}+k-1) :$ numéro du $k^{\text{ième}}$ ddl du $m^{\text{ième}}$ nœud maître
 $\text{ZR}(\text{JAPCOE}+\text{jdec2}+(m-1)*\text{nbd12}+k-1) :$ coefficient associé au $k^{\text{ième}}$ ddl du $m^{\text{ième}}$ nœud maître

Les tableaux APCOFR et APDDL, indicés par le même pointeur APPOIN, sont utilisés dans le cas de présence de frottement. Le rangement est exactement le même que dans ce qui précède aux détails près suivants :

- APCOFR relie les ddl des nœuds maître et esclave pour ce qui concerne les déplacements dans le plan tangent à la surface de contact
- APCOFR contient $60 * \text{NESMAX}$ termes soit deux fois plus que APCOE. En effet, de 1 à $30 * \text{NESMAX}$ sont stockés les relations dans une direction du plan tangent, de $30 * \text{NESMAX} + 1$ à $60 * \text{NESMAX}$ sont stockés les relations dans la direction orthogonale à la précédente dans le plan tangent (utile uniquement en 3D).

NB :

Dans le cas du contact entre deux surfaces, les coefficients des ddls sont ensuite multipliés par les composantes de la normale entrante de la maille maître appariée. Dans le cas du contact rigide, les coefficients sont ensuite multipliés par les composantes de la normale esclave sortante.

3.6 Tableau NORINI (adresse JNRINI)

Composantes de la normale actuelle au $\text{posno}^{\text{ième}}$ nœud : $\text{ZI}(\text{JNRINI}+3*(\text{posno}-1)+k-1)$, $k=1,3$

3.7 Tableau NORMCO (adresse JNORMO)

Pour le $\text{iescl}^{\text{ième}}$ nœud esclave

$\text{ZI}(\text{JNORMO}+3*(\text{iescl}-1)+k-1)$, $k=1,3$: composantes de la direction (normée) d'évaluation du jeu normal.

3.8 Tableau TANGCO (adresse JTANGO)

Pour le $\text{iescl}^{\text{ième}}$ nœud esclave

$\text{ZI}(\text{JTANGO}+6*(\text{iescl}-1)+k-1)$, $k=1,3$: composantes de la première direction (normée) d'évaluation du jeu tangent.

$\text{ZI}(\text{JTANGO}+6*(\text{iescl}-1)+k-1)$, $k=4,6$: composantes de la deuxième direction (normée) d'évaluation du jeu tangent.

3.9 Tableau APJEU (adresse JAPJEU)

Pour le $\text{iescl}^{\text{ième}}$ nœud esclave

$\text{ZI}(\text{JAPJEU}+\text{iescl}-1)$: jeu entre le nœud esclave et la maille (ou le nœud) maître
ou bien : valeur imposée du second membre (cas sans appariement)

3.10 Tableau COCO (adresse JCOCO)

Il contient les souvenirs de l'état de contact précédent.

$\text{ZI}(\text{JCOCO})$ = NDIM : dimension de l'espace (2 ou 3)

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+1)$ = INDIC : 0 si initialisation
+1 si on rajouté une liaison
-1 si on a enlevé une liaison

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+2)$ = NBLIAC : nombre de liaisons actives dans l'état précédent

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+3)$ = AJLIAI : indice dans la liste des liaisons actives de la dernière liaison ayant été calculée pour le vecteur CM1A

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+4)$ = SPLIAI : indice dans la liste des liaisons actives de la dernière ligne correcte du calcul de la matrice $\mathbf{A.C}^{-1}.\mathbf{A}^T$

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+5)$ = LLF : nombre de liaisons de frottement adhérent dans l'état précédent

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+6)$ = LLF1 : nombre de liaisons de frottement adhérent suivant la première direction dans l'état précédent

$\text{ZI}(\text{JCOCO}+7)$ = LLF : nombre de liaisons de frottement adhérent suivant la seconde direction dans l'état précédent

3.11 Tableau LIAC (adresse JLIAC)

Il contient les numéros absolus des liaisons actives de contact et de frottement adhérent.
La liste n'est pas ordonnée

3.12 Tableau CONVEC (adresse JVECC)

Il est calé sur le tableau LIAC. Il contient le type de la liaison :

C0 s'il s'agit d'une liaison en contact

F0 s'il s'agit d'une liaison en frottement adhérent suivant les deux directions de glissements

F1 s'il s'agit d'une liaison en frottement adhérent suivant la première direction de glissements

F2 s'il s'agit d'une liaison en frottement adhérent suivant la seconde direction de glissements

3.13 Tableau LIOT (adresse JLIOT)

Il contient les numéros absolus des liaisons de contact-frottement causant l'apparition d'un pivot nul lors de la résolution. Cette liaison sera donc ôtée du système.

| | |
|---|---|
| $ZI(JLIOT)$ | = Nombre de liaisons de contact à pivot nul |
| $ZI(JLIOT+1)$ à $ZI(JLIOT+NBLIAC)$ | = Liaisons de contact à pivot nul |
| $ZI(JLIOT+NBLIAI+1)$ | = Nombre de liaisons de frottement à pivot nul dans les directions 1 et 2 |
| $ZI(JLIOT+NBLIAI+2)$ à $ZI(JLIOT+2*NBLIAC+1)$ | = Liaisons de frottement à pivot nul dans les directions 1 et 2 |
| $ZI(JLIOT+2*NBLIAI+2)$ | = Nombre de liaisons de frottement à pivot nul dans la direction 1 |
| $ZI(JLIOT+2*NBLIAI+3)$ à $ZI(JLIOT+3*NBLIAC+2)$ | = Liaisons de frottement à pivot nul dans la direction 1 |
| $ZI(JLIOT+3*NBLIAI+3)$ | = Nombre de liaisons de frottement à pivot nul dans la direction 2 |
| $ZI(JLIOT+3*NBLIAI+4)$ à $ZI(JLIOT+4*NBLIAC+3)$ | = Liaisons de frottement à pivot nul dans la direction 2 |

Attention :

Chaque sous-vecteur de *LIOT* est de longueur *NBLIAI*, c'est pourquoi on stocke au début de ces derniers leur longueur utile.

3.14 Tableau MU (adresse JMU)

Il contient les multiplicateurs de Lagrange associés au contact-frottement. Sa longueur maximale est $6 * NESMAX$, mais sa longueur effective à une itération donnée est basée sur le nombre de liaisons actives *NBLIAC*. Il est organisé comme suit :

| | |
|---|--|
| $ZR(JMU)$ à $ZR(JMU+NBLIAC-1)$ | = Lagrange du contact |
| $ZR(JMU+NBLIAC)$ à $ZR(JMU+2*NBLIAC-1)$ | = Lagrange des liaisons adhérentes dans la direction 1 |
| $ZR(JMU+2*NBLIAC)$ à $ZR(JMU+3*NBLIAC-1)$ | = Lagrange des liaisons adhérentes dans la direction 2 |
| $ZR(JMU+3*NBLIAC)$ à $ZR(JMU+4*NBLIAC-1)$ | = Lagrange des liaisons glissantes |
| $ZR(JMU+6*NBLIAC-1)$ | = Grandeur utile pour la résolution |

3.15 Tableau COEFMU (adresse JCMU)

Il contient le coefficient par lequel il faut multiplier le multiplicateur de Lagrange MU dans la routine *algoco* avant de tester son signe. Ce coefficient vaut +1 dans le cas d'une relation unilatérale sur le déplacement, -1 dans le cas d'une relation unilatérale sur la pression ou la température des éléments THM (ceci afin d'être cohérent avec le fait que l'équation hydraulique et l'équation thermique du problème couplé THM sont multipliées par -1).

3.16 Tableau ATMU (adresse JATMU)

Il contient les réactions nodales de contact, c'est-à-dire $A^T.MU$, où **A** est la matrice de contact. Sa dimension est le nombre total de degrés de liberté du problème, soit *NEQ*.

3.17 Tableaux DELT0 et DELTA (adresses JDELTO et JDELTA)

Ce sont des vecteurs auxiliaires, dimensionnés au nombre total de degrés de liberté *NEQ*, utilisés dans l'algorithme de contraintes actives.

3.18 Variables CM1A, MATR et STOC

CM1A est une collection de NBLIAI objets de longueur NEQ : chacun de ces objets contient une colonne de la matrice $\mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{A}^T$, où \mathbf{C} est la matrice de rigidité tangente (comprenant les termes de Lagrange) et \mathbf{A} la matrice de contact. Ces vecteurs sont utilisés dans le calcul de la matrice $-\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{A}^T$, stockée dans la matrice MATR, avec un stockage ligne de ciel décrit par la variable STOC. Dans ces vecteurs et matrices, la matrice A est réduite aux seules liaisons actives.

3.19 Variables CM2A et CM3A

CM2A et CM3A sont des collections de NBLIAI objets de longueur NEQ : chacun de ces objets contient une colonne des matrices tangentes de frottement. Pour plus de précisions, se reporter au document [R5.03.51].